

**Planeamiento de la expansión de redes de transmisión usando  
información de restricciones angulares válidas adicionales a las  
restricciones angulares existentes**

Sara Yulieth Bocanegra González  
Jessica Cárdenas Bedoya

Trabajo de grado presentado como requisito  
parcial para optar al título de  
**Ingenieras Electricistas**

Director  
Ph.D. Antonio H. Escobar Zuluaga

Pereira, 26 de marzo de 2019  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
Programa de Ingeniería Eléctrica



## Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Ph.D. Antonio H. Escobar Zuluaga. Director

---

Jurado

Pereira, 26 de marzo de 2019

Planeamiento de la expansión de redes de transmisión usando información de restricciones angulares válidas adicionales a las restricciones angulares existentes  
©Sara Yulieth Bocanegra González  
Jessica Cárdenas Bedoya

Pereira, 26 de marzo de 2019  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Carrera 27 No 10-02 Barrio Alamos - Risaralda - Colombia  
TEL: (+57)(6)3137122  
*www.utp.edu.co*  
Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesis/index.html>*

# Agradecimientos

A Dios por orientarme en cada instante en mi proceso de formación integral y ser luz en todo camino a cruzar.

A mi madre, ella fue el cimiento principal de mi vida, pues sentó en mí las bases de responsabilidad y deseos de superación, en ella tengo el espejo en el cual me quiero reflejar por sus virtudes y su gran corazón. A mi hermano Samuel que me demuestra su amor y apoyo en todo momento. A Oscar Danilo quien con su apoyo constante y amor incondicional ha sido amigo y compañero inseparable, fuente de sabiduría, calma y consejo en todo momento.

Al director de este trabajo, Antonio H. Escobar, por su compromiso, dedicación y paciencia, por compartir sus conocimientos y experiencia siendo un buen guía para la realización de este trabajo. A mi compañera Jessica por cada palabra de aliento, tolerancia y compañía en todo el proceso de formarnos como ingenieras.

Sara Yulieth Bocanegra.

A mis padres por su amor y por creer en mi al brindarme apoyo incondicional, a mi director de tesis por ser nuestro guía, por todas las enseñanzas y conocimientos brindados, a mi compañera Sara por su paciencia, tolerancia y compañía en este proceso y a mí querido hermano Wilfor Andrés Cárdenas, que probablemente seguirá mis pasos.

Los obstáculos superados no fueron otra cosa que el medio para saber que tan grandes son nuestros sueños. Siendo entonces el espíritu de cada uno como el tamaño de sus anhelos, es preciso seguir proyectándonos, vaticinando el futuro propio y el de los demás merced al conocimiento. Así que volviendo la vista hacia adelante, sigamos caminando. Muchas gracias.

Jessica Cárdenas Bedoya.

# Resumen

En esta tesis se busca desarrollar una metodología de solución para resolver el problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica utilizando información de basada en las restricciones de abertura angular o segunda ley de Kirchhoff con el propósito de generar desigualdades válidas que permitan reducir el espacio solución y mejorar el rendimiento de los métodos de optimización aplicados a este tipo de problemas.

El planeamiento de la expansión también denominado planeamiento de largo plazo, tradicionalmente tiene como función objetivo minimizar el costo de inversión en la instalación de nuevos elementos, esto por causa de los altos costos asociados a dichos elementos a niveles altos de tensión y por la dificultad que existe de remover líneas de transmisión o subestaciones ya existentes (tecnologías pesadas). El problema de planeamiento de la expansión pertenece a la categoría de problemas no lineales entero-mixtos (PNLEM) que adicionalmente pueden ser del tipo NP-completo cuando se analizan sistemas de gran tamaño y complejidad. El problema de planeamiento analizado ha mostrado ser un problema multimodal, no convexo, que no logra resolverse utilizando técnicas de optimización para problemas de PNLEM en sistemas de gran tamaño. Este tipo de problemas se solucionan utilizando el modelo lineal disyuntivo, el cual transforma el modelo DC no lineal en un problema matemático equivalente correspondiente a un modelo lineal entero.

La metodología propuesta se prueba sobre el sistema IEE118 modificado y adaptado para realizar planeamiento de la expansión. Este es un sistema de 118 nodos, 178 corredores de transmisión, presenta una demanda de 16.100,7309 MW y una generación de 16.389,4 MW. Las pruebas realizadas muestran un buen desempeño de las desigualdades válidas propuestas.

Las restricciones angulares o cortes angulares son una sumatoria que se hace entre dos nodos del sistema. Para que el corte represente una desigualdad válida no debe eliminar la solución óptima del problema. Para que sea efectivo debe disminuir el esfuerzo computacional, es decir, debe requerir menor tiempo de cómputo. Para la selección de los cortes en este trabajo se establecieron cinco criterios que fueron aplicados entre nodos de alto grado y para las cuales se puede requerir, o no, de la solución de un problema de flujo de carga para conocer las orientaciones y el valor de los flujos de potencia activa. Los cinco criterios usados son:

- Cortes entre nodos que asocian elementos donde se asume la existencia de flujos de igual orientación, en los cuales el cálculo considera el flujo de potencia máximo y no el flujo de potencia real.
- Cortes entre nodos que consideran el flujo de potencia máximo y usan información de las orientaciones reales de los flujos de potencia. Se tiene en cuenta la orientación dominante de los productos flujo de potencia máximo-reactancia.
- Cortes entre nodos que consideran el flujo de potencia real y usan información de las orientaciones reales de los flujos de potencia. Se tiene en cuenta la orientación dominante de los productos flujo de potencia real-reactancia.
- Cortes entre nodos que asocian elementos en los cuales el cálculo considera el valor del flujo de potencia real, utiliza información de las orientaciones reales de los flujos de potencia y usa la cardinalidad de los nodos  $(i, j)$ .
- Cortes entre nodos en los que aparecen sumas de productos reactancia-capacidad próximos a cero. Considera flujo de potencia real y orientación de los flujos de potencia activa.

# Índice general

Resumen	IV
Índice general	VII
Índice de tablas	VIII
Índice de figuras	IX
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.2. Justificación . . . . .	4
1.3. Objetivos . . . . .	5
1.3.1. Objetivo general . . . . .	5
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	5
1.4. Estado del arte . . . . .	5
<b>2. Modelos matemáticos</b>	<b>11</b>
2.1. Modelo de transportes . . . . .	11
2.2. Modelo híbrido no lineal . . . . .	12
2.3. Modelo híbrido lineal . . . . .	12
2.4. Modelo DC . . . . .	13
2.5. Modelo lineal disyuntivo . . . . .	13
2.5.1. Modelo lineal disyuntivo reducido . . . . .	14
<b>3. Metodología de solución</b>	<b>17</b>
3.1. Criterio I . . . . .	19
3.2. Criterio II . . . . .	21
3.3. Criterio III . . . . .	22

3.4. Criterio IV . . . . .	23
3.5. Criterio V . . . . .	25
<b>4. Pruebas y resultados</b>	<b>27</b>
4.1. Criterio I . . . . .	27
4.1.1. Conclusiones parciales criterio I: . . . . .	28
4.2. Criterio II . . . . .	29
4.2.1. Conclusiones parciales criterio II: . . . . .	33
4.3. Criterio III . . . . .	34
4.3.1. Conclusiones parciales criterio III: . . . . .	35
4.4. Criterio IV . . . . .	36
4.4.1. Conclusiones parciales criterio IV: . . . . .	40
4.5. Criterio V . . . . .	41
4.5.1. Conclusiones parciales criterio V: . . . . .	43
<b>5. Conclusiones</b>	<b>45</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>48</b>
<b>A. Datos del sistema IEEE-118</b>	<b>49</b>



# Índice de tablas

2.1. Variables, parámetros y conjuntos en el modelo lineal disyuntivo. . . . .	14
4.1. Solución óptima del sistema IEEE-118 modificado. . . . .	27
4.2. Resultados criterio I. . . . .	28
4.3. Resultados criterio II. . . . .	30
4.4. Resultados criterio III. . . . .	35
4.5. Resultados criterio IV. . . . .	36
4.6. Resultados criterio V. . . . .	41
A.1. Datos de demanda y generación originales del sistema IEEE-118. . . . .	49
A.2. Datos de demanda y generación del sistema IEEE-118 modificado. . . . .	51
A.3. Parámetros de los corredores del sistema IEEE-118. . . . .	53

# Índice de figuras

3.1. Sistema operativo IEEE-118. . . . .	19
3.2. Esquema de corte criterio I. . . . .	20
3.3. Esquema de corte criterio I, trayectoria $(70,77)$ . . . . .	20
3.4. Esquema de corte criterio I, trayectoria $(77,70)$ . . . . .	21
3.5. Esquema de corte criterio II. . . . .	22
3.6. Esquema de corte criterio III. . . . .	23
3.7. Esquema de corte criterio IV. . . . .	24
3.8. Esquema de corte criterio V. . . . .	25
4.1. Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio I. . . . .	29
4.2. Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio II. . . . .	34
4.3. Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio III. . . . .	36
4.4. Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio IV. . . . .	41
4.5. Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio V. . . . .	44

# Capítulo 1

## Introducción

Este trabajo de investigación inicia en el capítulo 1 con una breve introducción sobre el planeamiento de la expansión de la transmisión de energía eléctrica, el cual consiste en determinar las inversiones que deben ser realizadas en un sistema de potencia de tal forma que la red existente se adecue para satisfacer los requerimientos de la generación y la demanda futura. En complemento se muestran trabajos desarrollados en el planeamiento de la expansión y se explica su importancia ya que a lo largo del tiempo éste ha sido objeto de estudio debido al rápido crecimiento de la demanda, a las nuevas tecnologías y a la necesidad de que los sistemas operen de una forma más eficiente con una aproximación más cercana a la realidad.

En el capítulo 2, se muestran los modelos matemáticos empleados para el desarrollo del problema de planeamiento de la expansión de la transmisión que han sido usados a lo largo del tiempo y sus características principales.

En el capítulo 3, se presenta la metodología de solución para el sistema de prueba empleado en este trabajo (IEEE118) en el cual se aplican restricciones angulares, basadas en la solución que se le debe dar a los problemas no lineales enteros mixtos (PNLEM), es decir, utilizando el modelo lineal disyuntivo y aplicando diferentes criterios para llegar a una solución óptima.

En el capítulo 4, se presentan los resultados obtenidos al aplicar la metodología mencionada en capítulos anteriores y se presentan conclusiones parciales de acuerdo a las heurísticas aplicadas.

En el capítulo 5, se presentan conclusiones generales de acuerdo al modelo matemático empleado con el fin de aportar al problema de planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica con el fin de que esta metodología sea aplicada a sistemas eléctricos reales.

## 1.1. Planteamiento del problema

El problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica consiste en determinar las inversiones que deben ser realizadas en un sistema de potencia de tal forma que la red existente se adecue para satisfacer los requerimientos de la generación y la demanda futura. Las inversiones consideran la construcción de nuevas subestaciones, la instalación de nuevos transformadores en subestaciones existentes y/o la instalación de líneas de transmisión en corredores nuevos o existentes. Los estudios de planeamiento toman como referencia la red actual y consideran el incremento de la demanda en los nodos del sistema, las alternativas de nueva generación y el incremento en la capacidad de la generación existente, en un horizonte de tiempo que normalmente es de 10 o más años.

El planeamiento de la expansión también denominado planeamiento de largo plazo, tradicionalmente tiene como función objetivo minimizar el costo de inversión en la instalación de nuevos elementos. Esto por causa de los altos costos asociados a dichos elementos a niveles altos de tensión. El problema de planeamiento de la expansión pertenece a la categoría de problemas no lineales entero-mixtos (PNLEM) que adicionalmente pueden ser del tipo NP-completo cuando se analizan sistemas de gran tamaño y complejidad. El problema de planeamiento analizado ha mostrado ser un problema multimodal, no convexo, que no logra resolverse utilizando técnicas de optimización para problemas de PNLEM en sistemas de gran tamaño.

El planeamiento de la expansión tradicional, también denominado planeamiento estático, considera reducir el costo de inversión a partir del planeamiento de un problema de optimización matemática que considera que la red existente hace parte de la solución futura, es decir, no se considera la posibilidad de retirar, trasladar o dejar desconectados en forma permanente, elementos que se encuentran operando en la red actual (desplanificación). También considera que un agente planeador ha establecido previamente los siguientes aspectos:

- El crecimiento de la demanda en los nodos del sistema.
- La localización y la cantidad de demanda de nodos nuevos.
- La cantidad y localización de generación nueva.
- La capacidad adicional de plantas de generación existentes que están siendo o van a ser repotenciadas.
- La localización geográfica, el costo y las características eléctricas de los nuevos corredores de transmisión.
- El costo asociado a circuitos adicionales que pueden conectarse en paralelo con circuitos ya establecidos en corredores existentes.
- La localización, el tamaño y el costo de subestaciones nuevas.
- Los niveles de tensión a los que operaran los corredores nuevos y existentes.
- Los niveles de tensión asociados a las subestaciones nuevas.

En la literatura especializada, los aspectos anteriores son considerados como datos de entrada, sin embargo, no se establecen estudios exhaustivos sobre la utilidad de una línea o un transformador en la actualidad y hacia el futuro. El problema de planeamiento ha tenido una evolución importante en cuanto a su modelamiento y aspectos que se incluyen en su investigación, como de seguridad, incertidumbre en la demanda, entre otros.

El problema de planeamiento de la expansión del sistema de transmisión puede resolverse usando diferentes modelos de optimización matemática. Algunos, como el modelo de transporte, solo utilizan la primera ley de Kirchhoff, es decir, obliga a que la suma de los flujos de potencia activa, en todos los nodos del sistema, sea igual a cero. Algunos modelos, como el modelo DC, usa la primera ley de Kirchhoff y además la denominada segunda ley de Kirchhoff de sistemas de potencia, según la cual debe plantearse una relación matemática entre los ángulos de las tensiones de los nodos y la reactancia de los elementos que se encuentran conectados entre ellos. Según la literatura especializada, el problema que se resuelve sin la segunda ley de Kirchhoff es relativamente fácil de solucionar, mientras que el problema que considera las dos leyes de Kirchhoff es un problema de alta complejidad matemática en instancias de la vida real, de gran tamaño.

## 1.2. Justificación

La inversión en la expansión del sistema eléctrico constituye uno de los factores más importantes tanto para el sector eléctrico colombiano como para el sector eléctrico mundial, esto debido a la necesidad permanente de acondicionar la estructura del sistema con el objetivo de que éste opere de la mejor manera sin afectar la libre competencia e interacción entre comercializadores y consumidores del servicio de energía eléctrica.

Este escenario competitivo ha llevado a que el sistema eléctrico se someta a una continua reestructuración regulatoria y de mercado, razón por la cual ha motivado la investigación en aras de encontrar nuevas alternativas de solución a los problemas que han surgido por este nuevo esquema. Gran parte de estos problemas se originan en el planeamiento de la expansión a largo plazo del sistema eléctrico, donde no se considera en cuenta la opción de mercado abierto de energía, es decir, el mercado no es gestionado por las empresas comercializadoras del servicio de energía eléctrica. Es por esto que la solución de muchos de estos nuevos problemas pertenece a la solución de problemas del grupo de planeamiento de la transmisión y del grupo de generación de energía eléctrica.

El planeamiento de la expansión de la transmisión de energía eléctrica buscar determinar cuál sería la mejor red de transmisión que debe ser construida en el futuro de tal forma que los costos de inversión, operación, administración, mantenimiento y perdidas sean mínimos, todo lo anterior en una segunda instancia, ya que se parte siempre de que se garantiza el suministro de energía eléctrica a todos los usuarios. Es debido a las condiciones anteriores que el problema de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión se presenta como un problema de optimización matemática.

Este tipo de problemas no se puede solucionar mediante técnicas de solución exactas, esto debido a que, con el crecimiento de los sistemas estudiados, el número de soluciones factibles y el número de soluciones óptimas locales se incrementa de forma exponencial, encontrando muchas soluciones posibles. Es por este inconveniente que se hace necesario un estudio de alternativas que mejoren la búsqueda en un espacio de solución, donde la técnica de solución pueda elegir de manera inteligente subespacios del espacio de búsqueda, donde en este subespacio con certeza encuentre soluciones de buena calidad. De esta forma, se plantea la implementación de mecanismos previos a la utilización de técnicas exactas para encontrar la solución del problema de planeamiento, uno de los mecanismos empleados son las técnicas heurísticas que permiten a través de su implementación, establecer cuáles corredores son de gran importancia para el sistema.

Por lo tanto, se propone desarrollar una metodología en la que se use la información de las restricciones asociadas a la segunda ley de Kirchhoff que permitan plantear desigualdades válidas que mejoren la eficiencia computacional de las técnicas de solución exactas existentes.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo general

Desarrollar una metodología que permita identificar desigualdades válidas relacionadas con la segunda ley de Kirchhoff y que mejoren la eficiencia computacional de las técnicas exactas de solución existentes, para el problema de planeamiento de la expansión de las redes de transmisión.

### 1.3.2. Objetivos específicos

1. Determinar el estado del arte del problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica.
2. Establecer una correlación entre la eficiencia computacional y las restricciones asociadas a la segunda ley de Kirchhoff en el problema de planeamiento de la expansión de las redes de transmisión.
3. Resolver sistemas de prueba de la literatura especializada para probar la metodología propuesta.
4. Redactar el documento final.

## 1.4. Estado del arte

El problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión ha evolucionado tanto en el modelo matemático usado para representar el problema como en la forma de resolver el problema resultante. Garver [Garver, 1970] fue el primero en proponer un modelo basado en el concepto de flujo de carga y también el primero en sugerir el uso de técnicas de optimización para resolver este problema. Más adelante

se desarrollaron métodos de optimización matemática exacta que combinan programación lineal [Villasana et al., 1985] y programación dinámica [Dusonchet and El-Abiad, 1973]. Posteriormente se desarrollaron métodos basados en sensibilidad, entre los cuales se destaca el método heurístico constructivo basado en el índice de sensibilidad de mínimo esfuerzo, propuesto por Monticelli en 1982 [Monticelli et al., 1982].

El problema de planeamiento es un problema de optimización reconocido como NP-completo, al que se han aplicado una gran variedad de técnicas de solución que van desde las denominadas técnicas exactas: programación lineal [Garver, 1970], programación lineal entera-mixta [Sousa and Asada, 2011] y programación no lineal entera-mixta, hasta las denominadas técnicas heurísticas y metaheurísticas de optimización [Escobar Z., 2008] [Escobar et al., 2008] [Romero et al., 2007]. Estas últimas técnicas han resultado ser más eficientes cuando se analizan sistemas de gran tamaño y complejidad. Entre las técnicas metaheurísticas aplicadas se destacan Simulated Annealing [Romero et al., 1995], algoritmos genéticos básicos [Gallego et al., 1998], el algoritmo genético de Chu-Beasley [Escobar Z., 2008], búsqueda Tabú [Escobar et al., 2008] [Gallego et al., 2000], entre otros [da Rocha and ToméSaraiva, 2011] [G.A., 2008].

Las últimas investigaciones acerca del planeamiento de la transmisión de energía eléctrica son:

En 2017 los autores de [Shen et al., 2017] discuten sobre cómo la energía eólica juega un papel importante para lograr la sostenibilidad energética y un futuro con bajas emisiones de carbono. La gran penetración de la energía eólica desafía la red de transmisión existente, debido a la intermitencia e incertidumbre del viento. Los sistemas de transmisión necesitan actualizaciones para satisfacer la operación y los requisitos confiables de los sistemas de energía con generación eólica. En este artículo, se propone un modelo novedoso de planificación de expansión de transmisión (TEP) considerando la asignación de compensadores de serie controlados por tiristores (TCSC) para encontrar el esquema de planificación óptimo que minimice los costos de inversión analizados y los costos operativos. El problema de planificación se modela como un problema de programación no lineal de enteros mixtos con restricciones de flujo de potencia de CA y restricciones de confiabilidad. Los modelos estocásticos resuelven las incertidumbres en la producción de energía eólica, crecimiento de la demanda de energía, etc. Las tasas y fallas de generadores, etc. La energía esperada no suministrada (EENS) se combina con tasas de fallas probabilísticas de elementos del sistema y análisis de contingencia



para garantizar la seguridad y confiabilidad del sistema . De acuerdo con los resultados numéricos del sistema IEEE 14-bus, el modelo propuesto demuestra la efectividad de nuestro método.

En 2018 los autores de [Haghighat and Zeng, 2018] presentan un modelo de planificación de expansión de transmisión a dos niveles que utiliza una formulación de flujo de potencia cónica. Se presentan los resultados computacionales y de simulación de este modelo en tres sistemas de prueba, que muestran que los planes de expansión resultantes, en comparación con los derivados de un modelo binivel de flujo de potencia lineal convencional, son más precisos y realistas.

En 2018 los autores de [Bustos et al., 2018] presentan el desarrollo masivo de sistemas de almacenamiento de energía (ESS) puede ayudar significativamente en la tarea de balance de oferta y demanda, especialmente bajo la existencia de fuentes de energía inciertas e intermitentes, como la energía solar y eólica. El uso de ESS como complemento de la generación renovable tiene consecuencias técnicas y económicas tanto en la operación a corto plazo como en la planificación de la expansión a largo plazo de la red. Los autores proponen un modelo de planificación de la expansión de la transmisión que incorpora decisiones sobre la expansión de las unidades ESS genéricas con el fin de estudiar la interacción entre la penetración y la ubicación de las ESS y las decisiones de inversión en la transmisión. El problema se formula como un modelo de programación lineal de enteros mixtos y considera diferentes bloques de demanda y su correlación con la generación renovable, para tener en cuenta las distintas características del sistema a lo largo del tiempo. Los resultados de los autores muestran que los ESS no solo son sustitutos de los activos de transmisión, sino que también se pueden complementar con los activos de transmisión en función de las características del sistema de potencia. Utilizan una representación de 27 buses de la red principal de Chile para ilustrar el modelo propuesto y resaltar algunos resultados interesantes sobre la posible complementariedad de las ESS y la expansión de la transmisión.

En 2018 los autores de [Gonzalez Cabrera et al., 2018] discuten sobre el impacto que diferentes aproximaciones tienen en el problema de Planificación de Expansión de Transmisión (TEP). Debido a los largos horizontes de decisión involucrados, la cantidad de variables puede hacer que el problema no sea posible si no se realizan aproximaciones al problema. Además, las nuevas tecnologías emergentes y los cambios en la forma en que operamos nuestros sistemas están poniendo bajo escrutinio algunas de las aproxi-

maciones usualmente hechas al problema. En este contexto, este documento evalúa el efecto sobre la inversión y los costos operacionales de incluir restricciones operativas de los generadores (rampa), pérdidas de transmisión y restricciones de seguridad N-1 en el problema de TEP. TEP está formulado como un programa lineal de enteros mixtos (MILP). Primero validamos nuestro análisis utilizando el sistema de prueba Garver. Luego, la importancia de incluir las limitaciones antes mencionadas para TEP se prueba con los sistemas IEEE de 24 buses y 118 buses. Nuestros resultados muestran que se puede requerir capacidad de transmisión adicional para satisfacer los requisitos de flexibilidad causados por las rampas de carga neta.

En 2018 los autores de [Wu et al., 2018] estudian el problema de la planificación robusta de la expansión de la transmisión (TEP) considerando la contingencia N-k y la incertidumbre de la demanda de carga y la generación de fuentes de energía renovable (RES). El plan de expansión debe cumplir con las restricciones bajo el estado normal y la contingencia N-k. Bajo el estado normal, el problema para determinar el peor caso de pérdida de carga y derrame de RES se reformula como un problema de programación lineal entera mixta (MILP) mediante la aplicación de la teoría dual. En la contingencia de N-k, el problema para determinar la pérdida de carga en el peor de los casos también se reformula como un problema de MILP. El problema completo de TEP se resuelve mediante la técnica de descomposición de Benders (BD). El plan de expansión obtenido por el enfoque propuesto en este documento puede acomodar todas las realizaciones posibles de los parámetros inciertos definidos por el presupuesto de incertidumbre tanto en estado normal como en contingencias. Los estudios de casos se llevan a cabo en el sistema de prueba revisado IEEE de 24 buses y revisado IEEE RTS-96. Los resultados muestran que el plan de expansión óptimo se ve muy afectado por el presupuesto de incertidumbre y la contingencia N-k.

En 2018 los autores de [Zhang and Conejo, 2018] escriben sobre como el objetivo de la planificación de la expansión de la transmisión (TEP) es expandir y/o reforzar la red de transmisión para satisfacer la creciente demanda futura de electricidad e integrar nuevas plantas de energía mientras se mantiene una operación eficiente del sistema. Las líneas candidatas inicialmente consideradas para inversión dependen en gran medida de la experiencia del planificador del sistema, lo que puede dar lugar a inexactitudes si se consideran redes grandes, como resultado de la experiencia necesariamente limitada del planificador. En este artículo, proponemos un algoritmo para generar un conjunto efectivo de líneas candidatas para TEP considerando la incertidumbre tanto a corto

como a largo plazo. La incertidumbre a largo plazo incluye la demanda máxima y la capacidad de generación disponible del sistema durante el año objetivo (por ejemplo, 10 años a partir de ahora) y se describe a través de un conjunto de incertidumbre. Luego, dentro del año objetivo, la incertidumbre a corto plazo correspondiente a las diferentes condiciones de operación se representa a través de un conjunto de escenarios.

En 2018 los autores de [Baringo and Baringo, 2018] proponen un enfoque de optimización robusta y adaptativa estocástica para el problema de planificación de la expansión de la generación y la transmisión. El problema se formula bajo la perspectiva de un planificador central, por ejemplo, el operador del sistema de transmisión, que tiene como objetivo determinar los planes de expansión de generación y transmisión que minimizan los costos de expansión y operación. Este planificador central construye las instalaciones de transmisión y promueve la construcción de las unidades generadoras más adecuadas entre los inversores privados orientados a la ganancia. Las incertidumbres en la demanda pico futura y el costo de la generación futura (combustible) se modelan usando límites de confianza, mientras que las incertidumbres en la variabilidad de la demanda y la producción de unidades estocásticas se modelan usando una serie de condiciones operativas. Los resultados de un ejemplo ilustrativo y un estudio de caso basado en el sistema de prueba IEEE 118-nodos muestran la efectividad del enfoque propuesto.

En 2018 los autores de [Zhang and Conejo, 2018] abordan el problema de la planificación de la expansión de la transmisión bajo incertidumbre a largo y corto plazo. La incertidumbre a largo plazo se refiere a los cambios a lo largo de los años (crecimiento de la demanda y aumento futuro de la capacidad de producción), mientras que la incertidumbre a corto plazo se refiere a los cambios dentro de un año (variabilidad de la demanda y la energía eólica/solar y disponibilidad de equipos). Formulan el problema como un problema de optimización robusta y adaptable que brinda protección contra la incertidumbre a largo plazo y representa cuidadosamente la incertidumbre a corto plazo a través de escenarios. El problema se resuelve a través de una implementación personalizada del algoritmo de descomposición de los Benders primigenios que se enfoca en una solución eficiente del subproblema. La efectividad del algoritmo propuesto para identificar planes de expansión robustos y su eficiencia computacional se ilustra a través de un estudio de caso realista.

En 2019 los autores de [Prakash and Henry, 2019] exponen un documento que des-

cribe la Planificación de la Expansión de la Transmisión (TEP) incluyendo la función de costo con criterios económicos, así como los criterios técnicos. Los criterios económicos implican el costo de inversión, el costo de mantenimiento y el costo de operación, y también el aumento de costos debido a la demora del proyecto, el aumento de costos debido a la inflación y el aumento de costos debido al Derecho de paso. La Planificación de la Expansión de la Transmisión (TEP) se desarrolla con la ayuda de Algoritmos Genéticos (GA), Algoritmo de Optimización del Forraje Bacteriano (BFOA) y Algoritmo del Sistema Inmune Artificial (AISA). El enfoque propuesto se valida mediante la ejecución de 133 Bus TNS (Sistema Tamil Nadu). Los resultados de TEP se comparan para los tres métodos propuestos.

## Capítulo 2

# Modelos matemáticos

Los modelos que se mencionan a continuación son los que han sido usados en la literatura a lo largo del tiempo y son la base de cualquier estudio de planeamiento. Estos modelos pueden ser encontrados de manera detallada en [Antonio H. Escobar Zuluaga, 2010].

### 2.1. Modelo de transportes

El modelo de transportes fue la primera propuesta exitosa aplicada al modelado de sistemas de transmisión. En [Garver, 1970] sugieren que se usen modelos relajados, es decir, modelos que usan aproximaciones matemáticas o que suprimen algunas restricciones, estos modelos relajados se usan en lugar de usar el modelo de flujo de carga AC utilizado para la operación del sistema eléctrico. Este modelo debe cumplir condiciones operativas del sistema como la primera ley de Kirchhoff y los límites de capacidad de potencia de los circuitos y generadores. Este modelo es considerado un modelo básico que identifica las inversiones más importantes del sistema de transmisión futuro. Sin embargo, al comparar sus resultados con los obtenidos usando el modelo de flujo de carga DC, se encuentra una solución infactible. Al complementar este modelo con el flujo DC, se identifican nuevas inversiones necesarias por efecto de la relación entre la abertura angular y los flujos de potencia activa.

El objetivo de este modelo es encontrar una configuración que produzca la menor inversión en el plan de expansión del sistema eléctrico y condiciones operativas adecuadas

para el sistema eléctrico. Este modelo representa el inicio del desarrollo investigativo en el planeamiento de la transmisión.

## 2.2. Modelo híbrido no lineal

El modelo híbrido es una combinación entre el modelo de transportes y el modelo DC, esto porque, donde existen circuitos (elementos de transmisión) en la configuración base que deben satisfacer las dos leyes de Kirchhoff, y la parte correspondientes a corredores nuevos donde no hay circuitos en la configuración base, donde solo se debe de cumplir la primera ley de Kirchhoff. En otras palabras, este modelo satisface la primera ley de Kirchhoff en todas las barras del sistema y la segunda ley de Kirchhoff solamente en los corredores existentes en la configuración base del sistema.

El modelo híbrido surge de la necesidad de resolver los problemas que presentan el modelo de transportes y el modelo DC. El modelo de transportes presenta un excelente desempeño para trabajar con redes no conexas pero su solución es infactible cuando se prueba con el modelo DC. Por otra parte, el modelo DC considera las dos leyes de Kirchhoff para todo el sistema pero presenta dificultades en redes no conexas.

El resultado de este modelo es que se pueden encontrar soluciones más cercanas a la solución óptima del modelo DC con la ventaja de trabajar eficientemente en las partes inconexas del sistema.

## 2.3. Modelo híbrido lineal

El modelo híbrido lineal puede ser más fácil de resolver que el modelo híbrido no lineal porque presenta una relación lineal entre las variables. En este modelo, la red original existente en la configuración base debe de cumplir las dos leyes de Kirchhoff y los nuevos corredores deben cumplir solamente la primera ley de Kirchhoff.

## 2.4. Modelo DC

El modelo DC es considerado como ideal en planeamiento de sistemas de transmisión, es una generalización del modelo de flujo de carga DC. En este modelo el sistema completo debe de satisfacer las dos leyes de Kirchhoff, es decir, todas las barras debe de satisfacer la primera ley de Kirchhoff y todos los corredores deben cumplir la segunda ley de Kirchhoff.

## 2.5. Modelo lineal disyuntivo

El modelo matemático considerado como ideal es el modelo DC, que es un problema de programación no lineal entero mixto (PNLIM), sin embargo, es posible transformar ese modelo DC no lineal en un modelo equivalente lineal. Es posible transformar un problema no lineal cuadrático en un problema lineal con variables binarias y reales; esto se logra usando una transformación que permite separar los términos cuadráticos en relaciones lineales. Este proceso es obtenido incorporando al problema un parámetro  $M$  muy grande por medio del cual se logra representar la segunda ley de Kirchhoff en dos partes para cada posible adición en un tramo de red. El modelo lineal disyuntivo presenta algunas ventajas y desventajas. La principal ventaja es que convierte un problema no lineal en un problema lineal y su desventaja está relacionada con el aumento de su dimensión debido a la introducción de un gran número de variables binarias que dependen del tamaño del sistema y el número máximo de líneas que se tienen posibles como adición en cada corredor. Otra desventaja es la selección del parámetro  $M$ , ya que representa un factor que puede desestabilizar la solución del modelo lineal disyuntivo [del Socorro Gómez Pérez, 2018].

El modelado matemático de cualquier problema de la vida real consiste en representar lo más fielmente posible el comportamiento del proceso, definiendo todo lo inherente a éste, es decir, definiendo todas las posibles variables del problema y todas las posibles interrelaciones de las partes que hacen que el modelo construido funcione de la manera adecuada. En la medida en la que se desee una mejor aproximación del problema, el modelado se dificulta porque es necesario hacer un ajuste más eficiente de las relaciones empleadas y de la definición de las variables y de la función objetivo. [Domínguez et al., 2017].

### 2.5.1. Modelo lineal disyuntivo reducido

El modelo lineal disyuntivo reducido es una transformación del modelo DC utilizado tradicionalmente para realizar el planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica en el largo plazo. En este modelo se usan variables binarias para considerar las opciones de inversión en transmisión. Cada variable binaria  $y_{ij,k}$  activa  $2^{k-1}$  circuitos simultáneamente. Consecuentemente, la cantidad de circuitos adicionados depende del valor que asumen dichas variables binarias en el problema. El número de circuitos adicionados en el corredor de transmisión  $ij$  puede ser determinado a través de la expresión:

$$n_{ij} = 2^0 y_{ij,1} + 2^1 y_{ij,2} + 2^2 y_{ij,3} + \dots + 2^{K-1} y_{ij,K} \quad (2.1)$$

En el modelo lineal disyuntivo reducido, el número de variables binarias necesarias para representar  $m$  opciones de inversión es determinada por la expresión  $\log_2(m + 1)$ .

A continuación se presenta el modelo lineal disyuntivo reducido, el cual tiene como característica que su solución es idéntica a la del flujo DC. A través de este modelo matemático se plantea un problema de optimización del tipo PLEM el cual se describe detalladamente en esta sección puesto que es el utilizado en este trabajo (Tabla 2.1):

Tabla 2.1: Variables, parámetros y conjuntos en el modelo lineal disyuntivo.

Nomenclatura	Definición
$\Omega$	Conjunto de corredores de transmisión (red existente y red candidata).
$B$	Conjunto de barras del sistema.
$c_{ij}$	Costo de adicionar un elemento en el corredor $i - j$ .
$d$	Vector de demandas nodales con elementos $d_i$ .
$x_{ij}$	Reactancia de un elemento candidato a adición en el corredor $i - j$ .
$\bar{f}_{ij}$	Flujo máximo permitido para un elemento en el corredor $i - j$ .
$\bar{g}$	Vector de máxima generación nodal con elementos $\bar{g}_i$ .
$\bar{n}_{ij}$	Número máximo de elementos que pueden ser adicionados en el corredor $i - j$ .
$n_{ij}^0$	Número de elementos existentes en el corredor $i - j$ .
$f$	Vector de flujos cuyos elementos ( $f_{ij,k}$ ) representan el flujo en el camino $i - j, k$ .
$f_{ij}^0$	Flujo de potencia activa en los circuitos existentes en el corredor $i - j$ .
$g$	Vector de generaciones nodales con elementos $g_i$ .
Continúa en la pagina siguiente	



Tabla 2.1 – Continua de la pagina anterior

Nomenclatura	Definición
$\theta$	Vector de ángulos nodales con elementos $\theta_i$
$y_{ij,k}$	Variable que representa el número de elementos adicionados en el corredor $i - j, k$ .

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} \sum_{k \in K} 2^{k-1} y_{ij,k} \quad (2.2)$$

s.a.

$$\sum_{(l,i) \in \Omega} \left( f_{li}^0 + \sum_{k=1}^K f_{li,k} \right) - \sum_{(i,q) \in \Omega} \left( f_{iq}^0 + \sum_{k=1}^K f_{iq,k} \right) + g_i = d_i \quad \forall_i \in B, \forall (i,j) \in \Omega \quad (2.3)$$

$$f_{ij}^o x_{ij} - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^o = 0 \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.4)$$

$$|f_{ij,k} x_{ij} - 2^{k-1} (\theta_i - \theta_j)| \leq M(1 - y_{ij,k}); \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.5)$$

$$-\bar{f}_{ij} n_{ij}^o \leq f_{ij}^o \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^o \quad \forall_{ij} \in \Omega \quad (2.6)$$

$$|f_{ij,k}| \leq 2^{k-1} y_{ij,k} \bar{f}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.7)$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \quad \forall_i \in B \quad (2.8)$$

$$\sum_{k \in K} 2^{k-1} y_{ij,k} \leq \bar{n}_{ij} \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.9)$$

$$y_{ij,k} \in \{0, 1\}, \quad \forall_{ij} \in \Omega, k = 1 \dots K \quad (2.10)$$

$$f_{ij}^0, f_{ij,k}, \theta_i, g_i \quad \text{Unconstrained} \quad (2.11)$$

Donde  $y_{ij,k}$  es una variable binaria igual a 1 si es adicionado el circuito en el camino  $i - j$ , en la opción de inversión  $k$ , en caso contrario es igual a 0.

La ecuación (2.3) del modelo representa la primera ley de Kirchhoff y corresponde a  $n_b$  restricciones lineales, siendo  $n_b$  el número de barras del sistema y la ecuación (2.4)

representa la segunda ley de Kirchhoff para los circuitos existentes en la configuración base.

La ecuación (2.5) representa la segunda ley de Kirchhoff para cada opción  $k$  de inversión.

El conjunto restante de restricciones son operativas o de inversión: límites de flujo de potencia por las líneas, límites en generación y límites de adición de circuitos. El problema es de PLEM, debido a la presencia de variables de tipo entera, como el número de circuitos adicionados en cada corredor, y a la existencia de las restricciones disyuntivas asociadas a la segunda ley de Kirchhoff.

## Capítulo 3

# Metodología de solución

En este capítulo se describe la metodología empleada para la solución del planeamiento de la expansión de la transmisión, empleando restricciones angulares válidas adicionales a las restricciones ya existentes [Escobar, 2018].

En este trabajo se utilizó el sistema de prueba IEEE-118 de la literatura especializada, el cual es modificado y adaptado con el fin de llegar a un caso base que sea útil para planeamiento de largo plazo. El sistema IEEE-118 inicialmente cuenta con 118 nodos, 186 corredores de transmisión los cuales poseen elementos en paralelo con diferentes reactancias. Tiene una demanda de 3.733,07 MW y una generación 7.220 MW. Las modificaciones que se le hicieron a este sistema para la realización de este trabajo fueron: se permiten hasta 5 circuitos por corredor, la potencia base es de 100 MW, el nodo slack se ubica en la barra número 65, la generación y la demanda aumentan a 16.389,4 MW y 16.100,73 MW respectivamente, esto es necesario hacerlo para que el sistema requiera hacer inversiones en elementos de transmisión, ya que con la demanda y la generación originales el sistema tendría la suficiente capacidad para suplir la demanda y no encuentra necesario ubicar nuevos elementos.

Una vez modificado el sistema IEEE-118, se procede a hacer un análisis entre pares de nodos del sistema para conocer su abertura angular y de esta forma saber cuales corredores limitan estas aberturas ya que entre esos pares de nodos existes muchas posibles trayectorias en paralelo, es decir, se desea conocer cual de todas esas trayectorias tiene la abertura angular mas pequeña. Para la solución de este sistema se identifican los nodos de mayor grado y se toman como referencia para iniciar las pruebas. Se consideran nodos de alto grado cuando tiene cinco conexiones o más, en el sistema IEEE-118

se identifican 21 nodos de alto grado.

Cada corredor del sistema utilizado posee una capacidad de potencia y una reactancia propia para cada circuito. Para iniciar con el análisis del sistema se requieren dos valores en los corredores: el primero es  $\bar{f}_{ij}x_{ij}$  que es el producto del flujo máximo que puede circular por un circuito, por su reactancia. El segundo es  $f_{ij}^o x_{ij}/n_{ij}^o$  que corresponde al producto del flujo real por los circuitos existentes, por la reactancia (para conocer este flujo real es necesario conocer la solución del flujo de carga del sistema. El valor del flujo real y la dirección del flujo usado en este trabajo son los correspondientes a la solución óptima del flujo de carga). Estos valores se encuentran en las tablas xx y xx respectivamente.

Una vez identificados estos valores, se realizan pruebas al sistema modificado adicionando desigualdades válidas basadas en cinco criterios con el fin de hacer pruebas de hipótesis sobre la importancia de las desigualdades válidas respecto a la mejora en la eficiencia del método de solución combinado con las desigualdades válidas. Estos criterios se describen a continuación:

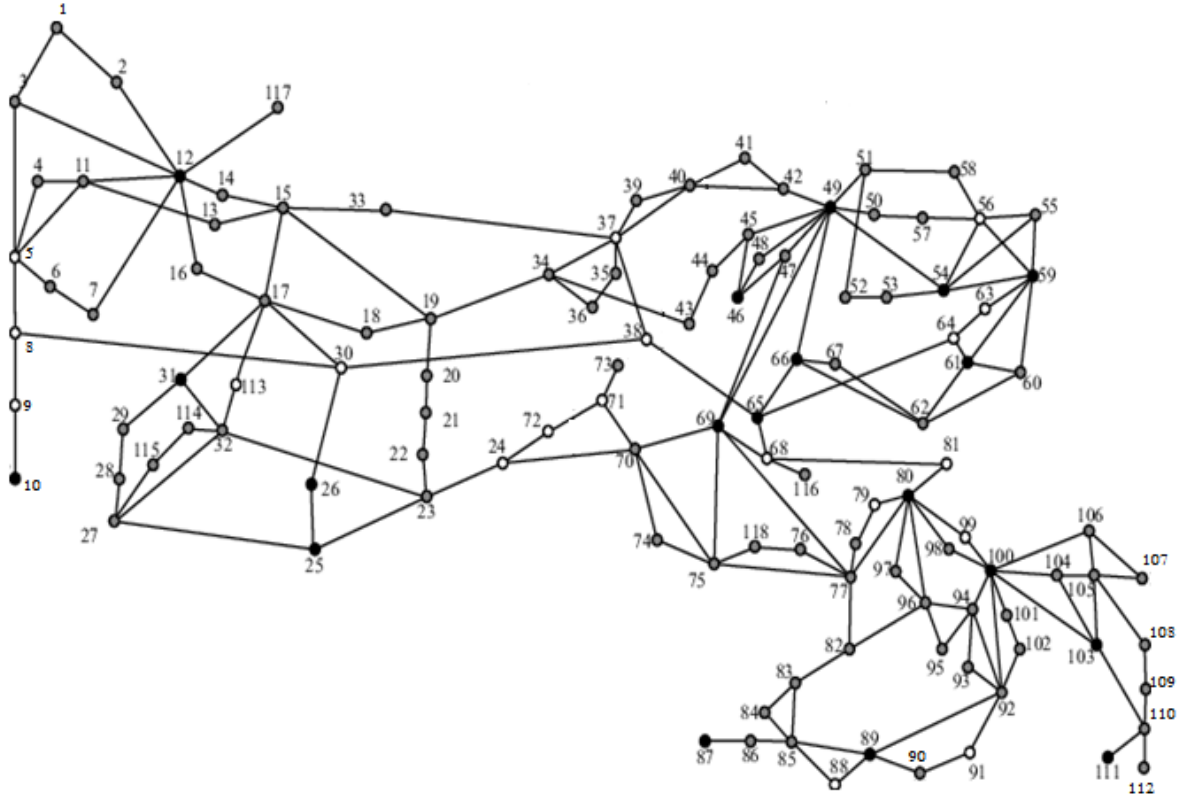


Figura 3.1: Sistema operativo IEEE-118.

### 3.1. Criterio I

Para aplicar este criterio se analizaron los **cortes entre nodos que asocian elementos donde se asume la existencia de flujos de igual orientación**, en los cuales el cálculo considera el flujo de potencia máximo y no el flujo de potencia real.

Después de tener los valores de los productos  $\bar{f}_{ij}x_{ij}$  asociados a las rutas que unen nodos de alto grado, se generan desigualdades válidas asumiendo que los flujos en la trayectoria llevan el mismo sentido y se encuentran en su valor límite. Por ejemplo, los nodos 70 y 77, del sistema de prueba IEEE-118, permiten configurar una trayectoria

a través del nodo  $69$  ( $70$ - $69$ - $77$ ) y los nodos de inicio y de finalización  $70$  y  $77$  son de grado mayor o igual a  $5$ .

Un ejemplo de corte para este criterio es el siguiente:

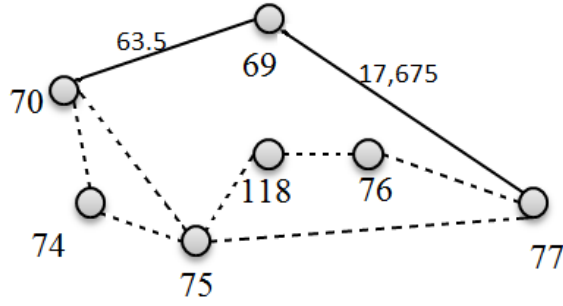


Figura 3.2: Esquema de corte criterio I.

Entre los nodos  $70$  y  $77$  se pueden generar dos desigualdades válidas dependiendo de la orientación de flujo que se asuma.

Un ejemplo de corte asumiendo la orientación de  $70$  hacia  $77$  sería:

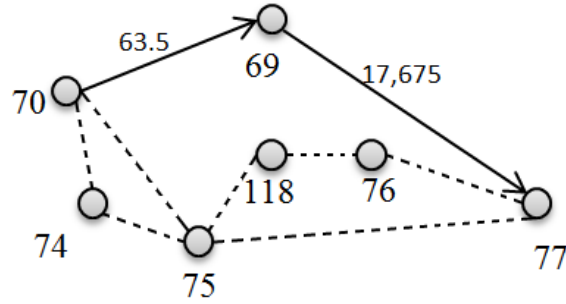


Figura 3.3: Esquema de corte criterio I, trayectoria  $(70,77)$ .

La ecuación que representa este corte es la siguiente:

$$(\theta_{70} - \theta_{77}) \leq \bar{f}_{69,70}x_{69,70} + \bar{f}_{69,77}x_{69,77} \quad (3.1)$$

Otro ejemplo de corte asumiendo la orientación de 77 hacia 70 sería:

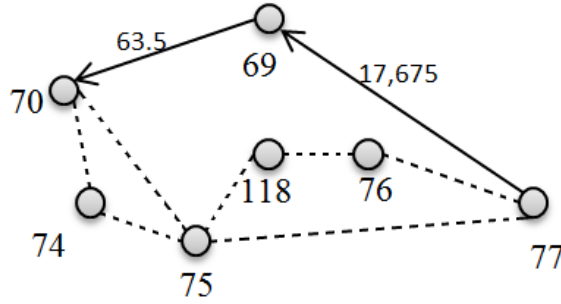


Figura 3.4: Esquema de corte criterio I, trayectoria (77,70).

La ecuación que representa este corte es la siguiente:

$$(\theta_{77} - \theta_{70}) \leq \bar{f}_{69,77}x_{69,77} + \bar{f}_{69,70}x_{69,70} \quad (3.2)$$

### 3.2. Criterio II

En este criterio los **cortes entre nodos consideran el flujo de potencia máximo y usan información de las orientaciones reales de los flujos de potencia. Se tiene en cuenta la orientación dominante de los productos flujo de potencia máximo-reactancia.**

Este criterio considera la dirección de los flujos reales, para lo cual se hace necesario resolver el problema de flujo de carga para determinar dichas direcciones. Se considera la dirección asociada al producto  $\bar{f}_{ij}x_{ij}$  predominante, para establecer los signos que llevan los productos flujo máximo-reactancia.

Un ejemplo de corte para este criterio es el siguiente:

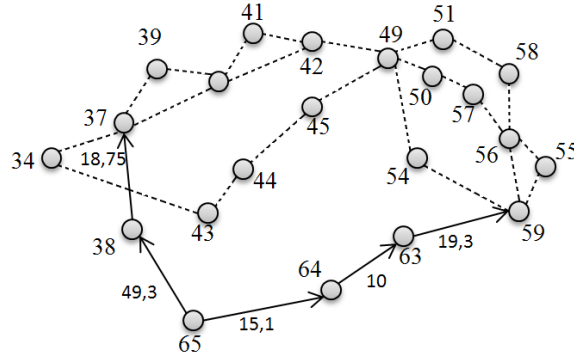


Figura 3.5: Esquema de corte criterio II.

La ecuación que representa este corte es la siguiente:

$$(\theta_{59} - \theta_{37}) \leq -\bar{f}_{59,63}x_{59,63} - \bar{f}_{63,64}x_{63,64} - \bar{f}_{64,65}x_{64,65} + \bar{f}_{38,65}x_{38,65} + \bar{f}_{37,38}x_{37,38} \quad (3.3)$$

Como se observa en la Figura 3.5 se toma una trayectoria entre dos nodos de alto grado (37 y 59), se observa que los flujos van en diferente sentido, el sentido que predomina para formar el corte es del nodo 59 al nodo 37 ya que la suma de los productos  $\bar{f}_{ij}x_{ij}$  es mayor en esta dirección.

### 3.3. Criterio III

Para este criterio los **Cortes entre nodos consideran el flujo de potencia real y usan información de las orientaciones reales de los flujos de potencia. Se tiene en cuenta la orientación dominante de los productos flujo de potencia real-reactancia.**

Este criterio considera la dirección de los flujos reales, para lo cual se hace necesario resolver el problema de flujo de carga con el fin de determinar dichas direcciones. Se considera la dirección asociada al producto  $f_{ij}^o x_{ij} / n_{ij}^o$  predominante, para establecer los signos que llevan los productos flujo máximo-reactancia.

Un ejemplo de corte para este criterio es el siguiente:



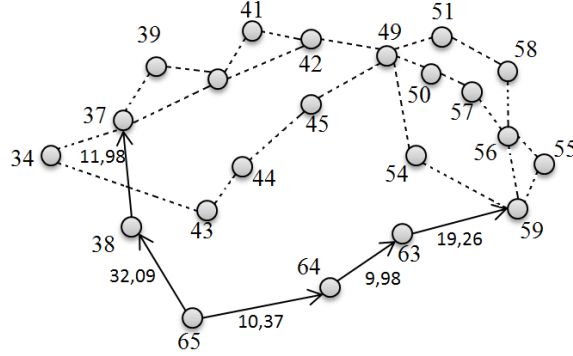


Figura 3.6: Esquema de corte criterio III.

La ecuación que representa este corte es la siguiente:

$$(\theta_{59} - \theta_{37}) \leq - (f_{59,63}^o / n_{59,63}^o) x_{59,63} - (f_{63,64}^o / n_{63,64}^o) x_{63,64} - (f_{64,65}^o / n_{64,65}^o) x_{64,65} + (f_{38,65}^o / n_{38,65}^o) x_{38,65} + (f_{37,38}^o / n_{37,38}^o) x_{37,38} \quad (3.4)$$

Como se observa en la Figura 3.6 se toma una trayectoria entre dos nodos de alto grado (37 y 59), se observa que los flujos van en diferente sentido, el sentido que predomina para formar el corte es del nodo 59 al nodo 37 ya que la suma de los productos  $f_{ij}^o x_{ij} / n_{ij}^o$  es mayor en esta dirección.

### 3.4. Criterio IV

Este criterio es denominado **cortes entre nodos que asocian elementos en los cuales el cálculo considera el valor del flujo de potencia real, utiliza información de las orientaciones reales de los flujos de potencia y usa la cardinalidad de los nodos**  $(i, j)$ .

En este criterio se tiene en cuenta la dirección de los flujos reales, para lo cual se hace necesario recurrir a la solución de un flujo de carga para conocer dichas direcciones, se considera cual dirección del producto  $f_{ij}^o x_{ij} / n_{ij}^o$  predomina en la orientación según los signos que lleva el flujo, además debe tenerse en cuenta que los flujos deben

ser nombrados usando para los índices  $(i, j)$  la convención de que el nodo  $i$  debe tener una cardinalidad menor que el nodo  $j$ .

Un ejemplo de corte para este criterio es el siguiente:

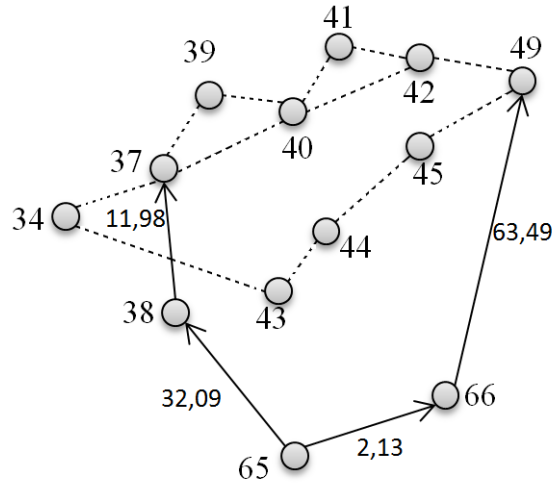


Figura 3.7: Esquema de corte criterio IV.

La ecuación que representa este corte es la siguiente:

$$(\theta_{37} - \theta_{49}) \leq - (f_{37,38}^o / n_{37,38}^o) x_{37,38} - (f_{38,65}^o / n_{38,65}^o) x_{38,65} + (f_{65,66}^o / n_{65,66}^o) x_{65,66} - (f_{49,66}^o / n_{49,66}^o) x_{49,66} \quad (3.5)$$

Como se observa en la Figura 3.7 se toma una trayectoria entre dos nodos de alto grado (37 y 49). Se observa que los flujos van en diferente sentido y la orientación que predomina para formar el corte es del nodo 37 al nodo 49 ya que la suma del producto  $f_{ij}^o x_{ij} / n_{ij}^o$  es mayor en esta dirección, adicional a esto se debe tener en cuenta el orden de los nodos, es decir, si en el recorrido de la trayectoria el primer nodo que se encuentra es mayor al siguiente  $(j, i)$  se debe anteceder un menos para que el sistema quede de la forma  $(i, j)$ .

### 3.5. Criterio V

Este criterio es denominado **cortes entre nodos en los que aparecen sumas de productos reactancia-capacidad próximos a cero**. Considera flujo de potencia real y orientación de los flujos de potencia activa.

Se toman dos nodos considerados de alto grado (17,37) se tiene en cuenta tanto la dirección como el valor del producto  $f_{ij}^o x_{ij} / n_{ij}^o$ , de igual forma se mira cual sentido predomina para formar el corte como se indica en la ecuación (3.6). Este tipo de desigualdad válida sólo se aplica en casos donde los flujos opuestos presentan un resultado de productos capacidad-reactancia próximos a cero, como en el caso del corte que se genera entre los nodos 17 y 37.

Un ejemplo de corte para este criterio es el siguiente:

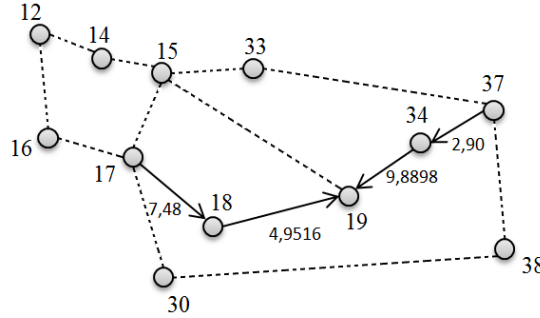


Figura 3.8: Esquema de corte criterio V.

La ecuación que representa este corte es la siguiente:

$$(\theta_{37} - \theta_{17}) \leq (f_{37,34}^o / n_{37,34}^o) x_{37,34} + (f_{34,19}^o / n_{34,19}^o) x_{34,19} - (f_{19,18}^o / n_{19,18}^o) x_{19,18} - (f_{18,17}^o / n_{18,17}^o) x_{18,17} \quad (3.6)$$

Que es equivalente a la ecuación (3.7), en la cual se han corregido los índices de los flujos de potencia activa para preservar la convención de cardinalidad en el orden de los índices. Ni las reactancias ni los circuitos existentes necesitan ser ajustados en signo por causa de la cardinalidad.

$$\begin{aligned}
(\theta_{37} - \theta_{17}) \leq & - (f_{34,37}^o/n_{34,37}^o)x_{34,37} - (f_{19,34}^o/n_{19,34}^o)x_{19,34} + \\
& (f_{18,19}^o/n_{18,19}^o)x_{18,19} + (f_{17,18}^o/n_{17,18}^o)x_{17,18}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

# Capítulo 4

## Pruebas y resultados

En este capítulo se implementa la metodología propuesta en el capítulo 3 utilizando como herramienta computacional AMPL/CPLEX para verificar y evaluar los cortes sugeridos. A continuación, se muestran los resultados encontrados en la evaluación de cada uno de los criterios.

Al usar el modelo lineal disyuntivo reducido sobre el sistema de prueba IEEE-118 se obtiene una solución óptima de  $\gamma = 226.06$  UM, en un tiempo de 633,43 s (669.957,41 ticks), y arroja 23 nuevas opciones de inversión las cuales se muestran en la siguiente Tabla 4.1:

Tabla 4.1: Solución óptima del sistema IEEE-118 modificado.

$n_{03-05} = 1$	$n_{05-06} = 1$	$n_{08-09} = 1$	$n_{05-08} = 1$	$n_{09-10} = 1$
$n_{15-17} = 1$	$n_{25-27} = 1$	$n_{17-30} = 1$	$n_{26-30} = 1$	$n_{23-32} = 1$
$n_{37-38} = 1$	$n_{38-65} = 1$	$n_{64-65} = 1$	$n_{65-66} = 1$	$n_{77-78} = 1$
$n_{77-80} = 1$	$n_{94-95} = 1$	$n_{80-99} = 3$	$n_{94-100} = 1$	$n_{98-100} = 1$
$n_{17-113} = 1$				

### 4.1. Criterio I

Tabla 4.2: Resultados criterio I.

N	Corte		Ticks	Tiempo de ejecución (s)	Objetivo (UM)	Mejora del esfuerzo computacional (%)
—	Caso base		669.957,41	633.43	226.0644	100
1	85-77= (85,83,82,77)	<=	429.476,45	419.77	226.0644	64
		>=	675.181,91	625.07	226.0644	101
		<= , >=	754.566,03	802.5	226.0644	113
2	77-70= (77,69,70)	<=	542.461,68	549.36	226.0644	81
		>=	794.443,04	797.6	226.0644	119
		<= , >=	596.359,1	589.51	226.0644	89
3	85-77= (85,84,83,82,77)	<=	733.094,46	707.21	266.0644	109
		>=	564.175,24	553.31	226.0644	84
		<= , >=	853.204,72	882.03	226.0644	127
4	75-80= (75,77,80)	<= , >=	460.735,65	923.46	226.0644	68.77
5	74-77= (74,75,77)	<= , >=	502.502,44	486.15	226.0644	75
6	49-55= (49,50,57,56,55)	<= , >=	554.889,03	516.05	226.0644	82.82
7	15-37= (15,33,37)	<= , >=	564.175,24	587.78	226.0644	84
8	80-100= (80,98,100)	<= , >=	607.409,92	885.18	226.0644	90,66
9	15-37= (15,33,37)	<= , >=	662.100,32	688.48	226.0644	98,83
10	5-38= (5,8,30,38)	<= , >=	865.302,3	802	226.0644	129.16
11	8-38= (8,30,38)	<= , >=	685.975,61	648.84	226.0644	102.4

#### 4.1.1. Conclusiones parciales criterio I:

- Este es un criterio ideal ya que considera que la potencia activa se encuentra en el valor límite (peor escenario pero el más favorable para no eliminar la solución óptima) y asume que los productos capacidad-reactancia se suman (peor escenario).

- Los primeros tres cortes se analizaron de forma independiente con cada una de las desigualdades. Se puede observar que el corte que mejora la eficiencia computacional es el corte:  $(85-77)=(85,83,82,87)$ , con una solución óptima de 226.0644 UM, en un tiempo de 633,43 s (429.476,45 ticks), es decir, este corte con respecto al caso base mejoró en un 64 %. Ver Figura 4.1.
- En los primeros dos cortes:  $(85-77)=(85,83,82,87)$  y  $(77-70)=(77,69,70)$  el mejor resultado se obtuvo cuando se evaluaron los cortes con la desigualdad  $\leq$ .
- Los cortes que se evaluaron con ambas desigualdades (corte  $N^O$  4 al  $N^O$  11), proporcionaron mayor número de soluciones que contribuyen con una mejora en el esfuerzo computacional, con respecto a los primeros tres cortes donde se evaluaron todas las desigualdades.
- Aunque existen algunos cortes cuyo esfuerzo computacional se pasa del valor base, no eliminan la solución óptima del problema, un ejemplo de este caso es el corte  $N^O$  10.
- Todos los cortes analizados en este criterio cumplen con el objetivo 226.0644 UM, es decir, arrojaron las mismas opciones de inversión que el caso base (23 líneas).

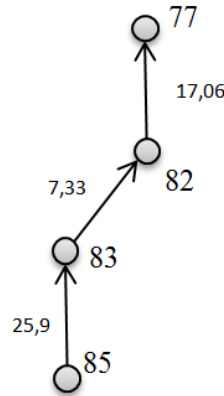


Figura 4.1: Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio I.

## 4.2. Criterio II









Tabla 4.3 – Continua de la página anterior

N	Corte	signo	Ticks	Tiempo de ejecución (s)	Objetivo (UM)	Mejora del esfuerzo computacional (%)
		$\leq$ , $\geq$	520.481,31	522	226.0644	78
20	92-100= (92,102)+ (102,101)- (101,100)	$\leq$	767.935,14	737.53	253.2744	115
		$\geq$	578.008,22	561.45	226.0644	86
		$\leq$ , $\geq$	729.520,95	666.12	253.2744	109
21	110-100= (103,110)- (103,104)+(100,104)	$\leq$	606.339,95	596.05	253.2744	91
		$\geq$	510.095,91	508.66	226.0644	76
		$\leq$ , $\geq$	692.131,09	673.72	226.0644	103
22	59-38= (38,65)- (64,65)-(63,64)- (59,63)	$\leq$	460.392,68	433.18	226.0644	69
		$\geq$	559.541,18	531.25	226.0644	84
		$\leq$ , $\geq$	844.870,76	856.96	232.8794	126
23	59-37= (38,65)- (64,65)-(63,64)- (59,63)+(37,38)	$\leq$	627.695,48	619.65	226.0644	94
		$\geq$	659.145,49	627	226.0644	98
		$\leq$ , $\geq$	453.421,33	452.84	226.0644	68

En este criterio se plantearon 23 restricciones angulares, cada corte se evaluó tres veces ( $\leq$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ), por lo que 23 cortes planteados corresponden a evaluar 69 cortes con todas las desigualdades.

#### 4.2.1. Conclusiones parciales criterio II:

- La restricción angular que mejor resultado muestra para este criterio es la  $N^0$  3 que corresponde a la trayectoria  $(5-12)=(5,11)-(11,12)$ , con una solución óptima

de 226.0644 UM, en un tiempo de 417,09 s (401.425,43 ticks), es decir, este corte con respecto al caso base mejoró en un 60 %. Ver Figura 4.2.

- No todos los cortes entre el mismo par de nodos muestran resultados efectivos. Como se puede observar el corte  $N^0 3$   $(5-12)=(5,11)-(11,12)$  muestra el mejor resultado de este criterio, caso contrario para la trayectoria  $N^0 4$  que corresponde a  $(5-12)=(5,6)+(6,7)-(7,12)$  la cual no se considera una desigualdad válida ya que elimina la solución óptima.
- Como se puede observar en la Tabla 4.3, se obtuvieron 4 cortes al ser evaluados con la desigualdad  $\leq$ , 7 cortes con la desigualdad  $\geq$  y 5 cortes con ambas desigualdades, los cuales resultaron ser cortes efectivos, es decir, preservaron la solución óptima y disminuyeron el esfuerzo computacional. El mejor resultado se obtuvo cuando se evaluó el corte  $N^0 3$  con la desigualdad  $\geq$ .
- Aunque existen algunos cortes cuyo esfuerzo computacional se pasa del valor base, no eliminan la solución óptima, un ejemplo de este caso es el corte  $N^0 9$ .
- En este criterio no todas las trayectorias analizadas cumplen con el objetivo 226.0644 UM, es decir, no son cortes válidos. En este caso, de 69 cortes evaluados, 18 eliminan la solución óptima. Esto quiere decir que no es un criterio muy seguro desde el punto de vista de la generación de desigualdades válidas.

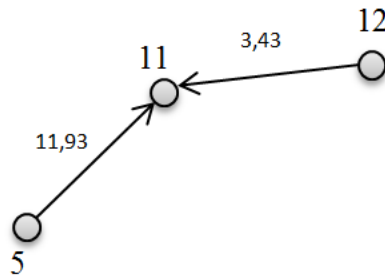


Figura 4.2: Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio II.

### 4.3. Criterio III

Tabla 4.4: Resultados criterio III.

N	Corte		Ticks	Tiempo de ejecución (s)	Objetivo (UM)	Mejora del esfuerzo computacional (%)
—	Caso base		669.957,41	633.43	226.0644	100
1	38-59= (64,65)+ (63,64)+(59,63)- (38,65)	<=	264.586,09	252.1	226.0644	39
		>=	233.650,31	232.3	226.0644	35
		<=, >=	No se encuentra espacio de solución común.			
2	37-49= (65,66)+ (49,66)-(37,38)- (38,65)	<=	686.326,37	736.51	226.0644	102
		>=	1215.395,33	1253.26	294.1894	181
		<=, >=	No se encuentra espacio de solución común.			
3	15-12= (16,17)- (15,17)-(12,16)	<=	1083.383,22	1052.32	246.4594	162
		>=	695.644,48	668.84	226.0644	104
		<=, >=	No se encuentra espacio de solución común.			

En este criterio se estudiaron los mismos cortes planteados en la Tabla 4.3 los cuales se construyeron aplicando el criterio II donde se toma el valor del flujo máximo. Al aplicar el criterio III, en el cual se utiliza el valor del flujo real, todos los cortes coincidían en la trayectoria predominante, exceptuando los tres cortes que aparecen en la Tabla 4.4. En este criterio se plantearon 3 restricciones angulares, cada corte se evaluó tres veces ( $\leq, \geq, \leq, \geq$ ), por lo que 3 cortes planteados corresponden a evaluar 9 cortes con todas las desigualdades.

#### 4.3.1. Conclusiones parciales criterio III:

- La restricción angular que mejor resultado muestra para este criterio es la  $N^0$  1 que corresponde a la trayectoria  $(38-59)=(64,65)+(63,64)+(59,63)-(38,65)$ , con una solución óptima de 226.0644 UM, en un tiempo de 232,3 s (233.650,32 ticks), es decir, este corte con respecto al caso base mejoró en un 35 %. Ver Figura 4.3.
- Aunque existen algunos cortes cuyo esfuerzo computacional se pasa del valor base, no eliminan la solución óptima, un ejemplo de este caso es el corte  $N^0$  2 con la desigualdad  $\leq$ .
- Al evaluar todos los cortes correspondientes en este criterio con ambas desigualdades, resulta un espacio solución vacío. Es decir incluir las dos desigualdades afecta el espacio solución en











Tabla 4.5 – Continua de la página anterior

N	Corte	signo	Ticks	Tiempo de ejecución (s)	Objetivo (UM)	Mejora del esfuerzo computacional (%)
		$\leq$ , $\geq$	494.795,48	481.65	226.0644	74
24	59-37= -(38,65)- (64,65)-(63,64)- (59,63)-(37,38)	$\leq$	737.542,61	715.61	226.0644	110
		$\geq$	843.724,56	791.24	226.0644	126
		$\leq$ , $\geq$	658.385,58	613.32	226.0644	98

En este criterio se plantearon 25 restricciones angulares, cada corte se evaluó tres veces ( $\leq$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ), por lo que 25 cortes planteados corresponden a evaluar 75 cortes con todas las desigualdades.

#### 4.4.1. Conclusiones parciales criterio IV:

- La restricción angular que mejor resultado muestra para este criterio es la  $N^0$  19 que corresponde a la trayectoria  $(100-77)=(99,100)-(80,99)-(79,80)+(78,79)+(77,78)$ , con una solución óptima de 226.0644 UM, en un tiempo de 359,32 s (386.449,59 ticks), es decir, este corte con respecto al caso base mejoró en un 58 %. Ver Figura 4.4.
- Como se puede observar en la Tabla 4.5, se obtuvieron 3 cortes al ser evaluados con la desigualdad  $\leq$ , 9 cortes con la desigualdad  $\geq$  y 7 cortes con ambas desigualdades, los cuales resultaron ser cortes efectivos, es decir, preservaron la solución óptima y disminuyeron el esfuerzo computacional. El mejor resultado se obtuvo cuando se evaluó el corte  $N^0$  19 con la desigualdad  $\geq$ .
- Aunque existen algunos cortes cuyo esfuerzo computacional se pasa del valor base, no eliminan la solución óptima. Un ejemplo de este caso es el corte  $N^0$  18.
- En este criterio todas las trayectorias analizadas cumplen con el objetivo 226.0644 UM, es decir, todas las trayectorias se consideran cortes válidos, sin embargo, no todas mejoran el rendimiento.

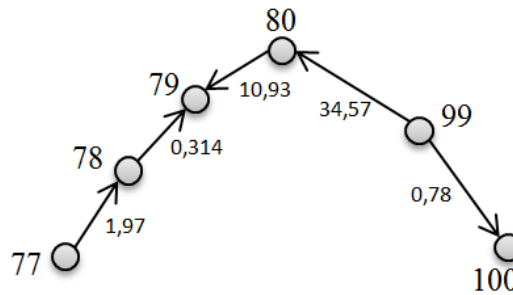


Figura 4.4: Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio IV.

#### 4.5. Criterio V

Tabla 4.6: Resultados criterio V.

N	Corte		Ticks	Tiempo de ejecución (s)	Objetivo (UM)	Mejora del esfuerzo computacional (%)
—	Caso base		669.957,41	633.43	226.0644	100
1	37-17= (17,18)+ (18,19)-(19,34)- (34,37)	<=	653.407,78	603.33	226.0644	98
		>=	666.146,82	608.15	226.0644	99
		<= , >=	775.305,79	720.49	226.0644	116
2	27-32= (27,28)+ (28,29)-(29,31)- (31,32)	<=	737.716,8	693.38	226.0644	110
		>=	574.688,69	533.93	226.0644	86
		<= , >=	679.363,51	699.8	226.0644	101
3	56-55= (56,59)-(55,59)	<=	714.344,3	707.48	226.0644	107
		>=	745.521,52	717.64	226.0644	111

Continúa en la página siguiente



Tabla 4.6 – Continua de la página anterior

N	Corte	signo	Ticks	Tiempo de ejecución (s)	Objetivo (UM)	Mejora del esfuerzo computacional (%)
		$\leq$ , $\geq$	733.926,47	726.84	226.0644	110

En este criterio se plantearon 9 restricciones angulares, cada corte se evaluó tres veces ( $\leq$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ), por lo que 9 cortes planteados corresponden a evaluar 27 cortes con todas las desigualdades.

#### 4.5.1. Conclusiones parciales criterio V:

- La restricción angular que mejor resultado muestra para este criterio es la  $N^0$  4 que corresponde a la trayectoria  $(56-55)=(54,56)+(54,55)$ , con una solución óptima de 226.0644 UM, en un tiempo de 424,54 s (431.368,58 ticks), es decir, este corte con respecto al caso base mejoró en un 64 %. Ver Figura 4.5.
- No todos los cortes entre el mismo par de nodos muestran resultados efectivos. Como se puede observar el corte  $N^0$  5  $(51,58)=(51,52)+(52,53)-(53,54)-(54,59)-(55,59)-(55,56)+(56,58)$  es un corte válido más no efectivo ya que no mejora el esfuerzo computacional, caso contrario para el corte  $N^0$  7 que corresponde a  $(51,58)=(49,51)+(49,50)+(50,57)-(56,57)+(56,58)$  el cual al ser evaluado con la desigualdad  $\leq$  resulta ser un corte efectivo ya que mejora su esfuerzo computacional en un 75 %.
- Como se puede observar en la Tabla 4.6, se obtuvieron 6 cortes al ser evaluados con la desigualdad  $\leq$ , un corte con la desigualdad  $\geq$  y un corte con ambas desigualdades, los cuales resultaron ser cortes efectivos, es decir, preservaron la solución óptima y disminuyeron el esfuerzo computacional. El mejor resultado se obtuvo cuando se evaluó el corte  $N^0$  4 con la desigualdad  $\leq$ .
- Aunque existen algunos cortes cuyo esfuerzo computacional se pasa del valor base, no eliminan la solución óptima. Un ejemplo de este caso es el corte  $N^0$  5.
- En este criterio todas las trayectorias analizadas cumplen con el objetivo 226.0644 UM, es decir, todas las trayectorias se consideran cortes válidos, sin embargo, no todas mejoran el rendimiento.

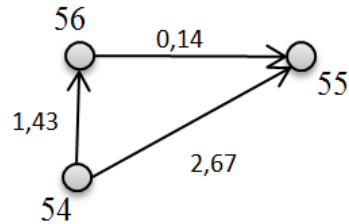


Figura 4.5: Esquema de corte con mejor resultado aplicando el criterio V.

Finalmente, al evaluar y analizar cada uno de los criterios anteriores, se puede concluir que el mejor resultado se presenta en el criterio IV con una solución óptima de 226.0644 UM, en un tiempo de 359,32 s (386.449,59 ticks), es decir, este corte con respecto al caso base mejoró en un 58 %. A pesar de que en el criterio III se encuentra una respuesta que mejora el esfuerzo computacional en un 35 %, este caso no es confiable ya que no se tiene en cuenta la cardinalidad de los nodos  $(i, j)$ .

# Capítulo 5

## Conclusiones

- Las restricciones angulares planteadas cuya solución óptima se preserve y disminuyan el esfuerzo computacional (ticks), son consideradas como restricciones angulares válidas, es decir, un corte.
- Al analizar los cortes en donde es necesario utilizar el valor del flujo máximo y en los cuales se asume igual sentido de flujo de potencia activa, se puede concluir que el espacio de solución es muy amplio y garantiza que la solución óptima nunca se elimina. Este tipo de cortes representan cortes seguros pero no mejoran mucho la eficiencia computacional.
- Al analizar los cortes en donde es necesario utilizar el valor del flujo máximo pero en los cuales se tiene en cuenta la dirección del flujo de potencia activa, se puede concluir que el espacio de solución disminuye debido a las restas que se dan por las orientaciones, sin embargo se puede eliminar la solución óptima del problema, es decir, no necesariamente representan desigualdades válidas.
- En los cortes en donde es necesario utilizar el valor del flujo real y en los cuales se tiene en cuenta la dirección del flujo de potencia activa, se puede concluir que el espacio de solución disminuye en mayor proporción que cuando se utiliza el flujo máximo en diferentes sentidos.
- Al evaluar el criterio IV en el cual se utiliza el valor del flujo real, diferentes orientaciones en los flujos de potencia activa y además se tienen la cardinalidad de los nodos  $i,j$  se puede concluir que este es el criterio más restrictivo y que puede mejorar mucho la eficiencia computacional, pero existe el riesgo de eliminar la solución óptima.
- El criterio V es el que mas reduce el espacio solución pero debe tenerse cuidado porque puede eliminar la solución óptima.

# Bibliografía

- [Antonio H. Escobar Zuluaga, 2010] Antonio H. Escobar Zuluaga, Rubén A. Romero Lázaro, R. A. G. R. (Pereira, Julio de 2010). *Modelos usados en el planeamiento de la expansión a largo plazo de sistemas de transmisión de energía eléctrica*. Taller de Publicaciones de la Universidad Tecnológica de Pereira.
- [Baringo and Baringo, 2018] Baringo, L. and Baringo, A. (2018). A stochastic adaptive robust optimization approach for the generation and transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(1):792–802.
- [Bustos et al., 2018] Bustos, C., Sauma, E., de la Torre, S., Aguado, J. A., Contreras, J., and Pozo, D. (2018). Energy storage and transmission expansion planning: substitutes or complements? *IET Generation, Transmission Distribution*, 12(8):1738–1746.
- [da Rocha and ToméSaraiva, 2011] da Rocha, M. C. and ToméSaraiva, J. (2011). Multiyear transmission expansion planning using discrete evolutionary particle swarm optimization. In *2011 8th International Conference on the European Energy Market (EEM)*, pages 802–807.
- [del Socorro Gómez Pérez, 2018] del Socorro Gómez Pérez, M. (2018). Planeamiento de la expansión usando sistemas de almacenamiento de energía bess. Master’s thesis, Universidad Tecnológica de Pereira.
- [Domínguez et al., 2017] Domínguez, A. H., Escobar, A. H., and Gallego, R. A. (2017). An milp model for the static transmission expansion planning problem including hvac/hvdc links, security constraints and power losses with a reduced search space. *Electric Power Systems Research*, 143:611 – 623.
- [Dusonchet and El-Abiad, 1973] Dusonchet, Y. P. and El-Abiad, A. (1973). Transmission planning using discrete dynamic optimizing. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-92(4):1358–1371.
- [Escobar et al., 2008] Escobar, A. H., Romero, R. A., and Gallego, R. A. (2008). Transmission network expansion planning considering uncertainty in generation and demand. In *2008 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America*, pages 1–6.
- [Escobar, 2018] Escobar, L. M. (2018). *Specialized Models for the Long-Term Transmission Network Expansion Plannig Problem*. PhD thesis, Faculty of Engineering, Campus of Ilha Solteira – UNESP.



- [Escobar Z., 2008] Escobar Z., A. (2008). *Análise Crítica de Aspectos de Modelagem Matemática no Planejamento da Expansão a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão*. PhD thesis, Universidad Estadual Paulista Júlio de MesquitaFilho –UNESP.
- [G.A., 2008] G.A., G. (2008). Algoritmos grasp y simulated annealing como inicializadores de branch and bound en la solución de planeamiento estático de sistemas de transmisión. *Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría*.
- [Gallego et al., 1998] Gallego, R. A., Monticelli, A., and Romero, R. (1998). Transmission system expansion planning by an extended genetic algorithm. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 145(3):329–335.
- [Gallego et al., 2000] Gallego, R. A., Romero, R., and Monticelli, A. J. (2000). Tabu search algorithm for network synthesis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(2):490–495.
- [Garver, 1970] Garver, L. L. (1970). Transmission network estimation using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(7):1688–1697.
- [Gonzalez Cabrera et al., 2018] Gonzalez Cabrera, N., Gutierrez Alcaraz, G., and Gil, E. (2018). Transmission expansion planning considering an hourly demand curve. *IEEE Latin America Transactions*, 16(3):869–875.
- [Haghighat and Zeng, 2018] Haghighat, H. and Zeng, B. (2018). Bilevel conic transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(4):4640–4642.
- [Monticelli et al., 1982] Monticelli, A., Santos, A., F. Pereira, M. V., Cunha, S. H., Parker, B. J., and G. Praca, J. C. (1982). Interactive transmission network planning using a least-effort criterion. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-101(10):3919–3925.
- [Prakash and Henry, 2019] Prakash, S. and Henry, J. (2019). Transmission expansion planning for 133 bus tamil nadu test system using artificial immune system algorithm. In Satapathy, S. C. and Joshi, A., editors, *Information and Communication Technology for Intelligent Systems*, pages 143–153, Singapore. Springer Singapore.
- [Romero et al., 1995] Romero, R., Gallego, R. A., and Monticelli, A. (1995). Transmission system expansion planning by simulated annealing. In *Proceedings of Power Industry Computer Applications Conference*, pages 278–283.
- [Romero et al., 2007] Romero, R., Rider, M. J., and d. J. Silva, I. (2007). A metaheuristic to solve the transmission expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(4):2289–2291.
- [Shen et al., 2017] Shen, W., Dong, Z. Y., Meng, K., and Qiu, J. (2017). Transmission expansion planning with wind generation considering tsc. In *2017 IEEE Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)*, pages 1–6.
- [Sousa and Asada, 2011] Sousa, A. S. and Asada, E. N. (2011). A heuristic method based on the branch and cut algorithm to the transmission system expansion planning problem. In *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pages 1–6.
- [Villasana et al., 1985] Villasana, R., Garver, L. L., and Salon, S. J. (1985). Transmission network planning using linear programming. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-104(2):349–356.

- [Wu et al., 2018] Wu, Z., Liu, Y., Gu, W., Wang, Y., and Chen, C. (2018). Contingency-constrained robust transmission expansion planning under uncertainty. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 101:331 – 338.
- [Zhang and Conejo, 2018] Zhang, X. and Conejo, A. J. (2018). Candidate line selection for transmission expansion planning considering long- and short-term uncertainty. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 100:320 – 330.
- [Zhang and Conejo, 2018] Zhang, X. and Conejo, A. J. (2018). Robust transmission expansion planning representing long- and short-term uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33(2):1329–1338.

# Apéndice A

## Datos del sistema IEEE-118

En este apéndice se presentan todos los datos que describen al sistema IEEE-118. Para el sistema de prueba utilizado en este trabajo se multiplicó la demanda y la generación por factores de  $4,313$  y  $2,27$  respectivamente, esto se hizo para obligar al sistema a colocar opciones de inversión.

Los costos que se utilizaron fueron adicionados ya que el sistema IEEE-118 original no hace uso de estos.

Tabla A.1: Datos de demanda y generación originales del sistema IEEE-118.

Nodo	Demanda (MW)	Generación (MW)	Nodo slack	Nodo	Demanda (MW)	Generación (MW)	Nodo slack
1	54.14	0	0	60	78	0	0
2	21.23	0	0	61	0	200	0
3	41.4	0	0	62	77	100	0
4	31.85	30	0	63	0	0	0
5	0	0	0	64	0	0	0
6	55.2	30	0	65	0	420	1
7	20.17	0	0	66	39	420	0
8	0	30	0	67	28	0	0
9	0	0	0	68	0	0	0
10	0	300	0	69	0	300	0
11	74.31	0	0	70	66	80	0
12	49.89	300	0	71	0	0	0
13	36.09	0	0	72	0	30	0
14	14.86	0	0	73	0	30	0
15	95.54	30	0	74	68	20	0
16	26.54	0	0	75	47	0	0
Continúa en la página siguiente							





Tabla A.2 – Continua de la página anterior

Nodo	Demanda (MW)	Generación (MW)	Nodo slack	Nodo	Demanda (MW)	Generación (MW)	Nodo slack
28	77.8497	0	0	87	0	300	0
29	109.895	0	0	88	207.024	0	0
30	0	0	0	89	0	454	0
31	196.888	68.1	0	90	336.414	45.4	0
32	270.123	227	0	91	0	113.5	0
33	105.323	0	0	92	280.345	681	0
34	270.123	68.1	0	93	51.756	0	0
35	151.084	0	0	94	129.29	0	0
36	141.941	227	0	95	181.146	0	0
37	0	0	0	96	163.894	0	0
38	0	0	0	97	64.695	0	0
39	116.451	0	0	98	146.642	0	0
40	86.26	68.1	0	99	0	681	0
41	159.581	0	0	100	159.581	681	0
42	159.581	68.1	0	101	94.886	0	0
43	77.634	0	0	102	21.565	0	0
44	69.008	0	0	103	99.199	45.4	0
45	228.589	0	0	104	163.894	227	0
46	120.764	227	0	105	133.703	227	0
47	146.642	0	0	106	185.459	0	0
48	86.26	0	0	107	120.764	45.4	0
49	375.231	567.5	0	108	8.262	0	0
50	73.321	0	0	109	34.504	0	0
51	73.321	0	0	110	168.207	113.5	0
52	77.634	0	0	111	0	227	0
53	99.199	0	0	112	107.825	227	0
54	487.369	567.5	0	113	0	227	0
55	271.719	227	0	114	36.61737	0	0
56	362.292	227	0	115	100.7086	0	0
57	51.756	0	0	116	0	113.5	0
58	51.756	0	0	117	91.56499	0	0
59	1194.701	454	0	118	142.329	0	0







N	Nodo i	Nodo j	Flujo máximo	Reactancia	costo	n0	nmax
76	54	55	175	0.0707	13.605	1	5
77	54	56	175	0.00955	13.605	1	5
78	55	56	175	0.0151	13.605	1	5
79	56	57	175	0.0966	13.605	1	5
80	50	57	175	0.134	13.605	1	5
81	56	58	175	0.0966	13.605	1	5
82	51	58	175	0.0719	13.605	1	5
83	54	59	175	0.2293	13.605	1	5
84	56	59	175	0.251	13.605	1	5
85	56	59	175	0.239	13.605	2	5
86	55	59	175	0.2158	13.605	1	5
87	59	60	175	0.145	13.605	1	5
88	59	61	175	0.15	13.605	1	5
89	60	61	500	0.0135	6.815	1	5
90	60	62	175	0.0561	13.605	1	5
91	61	62	175	0.0376	13.605	1	5
92	59	63	500	0.0386	6.815	1	5
93	63	64	500	0.02	6.815	1	5
94	61	64	500	0.0268	6.815	1	5
95	38	65	500	0.0986	6.815	1	5
96	64	65	500	0.0302	6.815	1	5
97	49	66	500	0.0919	6.815	3	5
98	62	66	175	0.218	13.605	1	5
99	62	67	175	0.117	13.605	1	5
100	65	66	500	0.037	6.815	1	5
101	66	67	175	0.1015	13.605	1	5
102	65	68	500	0.016	6.815	1	5
103	47	69	175	0.2778	13.605	1	5
104	49	69	175	0.324	13.605	1	5
105	68	69	500	0.037	6.815	1	5
106	69	70	500	0.127	6.815	1	5
107	24	70	175	0.4115	13.605	1	5
108	70	71	175	0.0355	13.605	1	5
109	24	72	175	0.196	13.605	1	5
110	71	72	175	0.18	13.605	1	5
111	71	73	175	0.0454	13.605	1	5
112	70	74	175	0.1323	13.605	1	5
113	70	75	175	0.141	13.605	1	5

Continúa en la página siguiente



Tabla A.3 – Continua de la página anterior

N	Nodo i	Nodo j	Flujo máximo	Reactancia	costo	n0	nmax
152	92	100	175	0.295	13.605	1	5
153	94	100	175	0.058	13.605	1	5
154	95	96	175	0.0547	13.605	1	5
155	96	97	175	0.0885	13.605	1	5
156	98	100	175	0.179	13.605	1	5
157	99	100	175	0.0813	13.605	1	5
158	100	101	175	0.1262	13.605	1	5
159	92	102	175	0.0559	13.605	1	5
160	101	102	175	0.112	13.605	1	5
161	100	103	500	0.0525	6.815	1	5
162	100	104	175	0.204	13.605	1	5
163	103	104	175	0.1584	13.605	1	5
164	103	105	175	0.1625	13.605	1	5
165	100	106	175	0.229	13.605	1	5
166	104	105	175	0.0378	13.605	1	5
167	105	106	175	0.0547	13.605	1	5
168	105	107	175	0.183	13.605	1	5
169	105	108	175	0.0703	13.605	1	5
170	106	107	175	0.183	13.605	1	5
172	108	109	175	0.0288	13.605	1	5
172	103	110	175	0.1813	13.605	1	5
173	109	110	175	0.0762	13.605	1	5
174	110	111	175	0.0755	13.605	1	5
175	110	112	175	0.064	13.605	1	5
176	17	113	175	0.0301	13.605	1	5
177	32	113	500	0.203	6.815	1	5
178	32	114	175	0.0612	13.605	1	5
179	27	115	175	0.0741	13.605	1	5
180	114	115	175	0.0104	13.605	1	5
181	68	116	500	0.00405	6.815	1	5
182	12	117	175	0.14	13.605	1	5
183	75	118	175	0.0481	13.605	1	5
184	76	118	175	0.0544	13.605	1	5

Las columnas de *costo* y *nmáx* de la Tabla A.3 fueron adicionadas al sistema IEEE-118 con el fin de crear el sistema IEEE-118 modificado. Por lo tanto, la Tabla A.3 es una tabla modificada, la tabla original sería sin estas dos columnas.